

第1回 ('24年10月7日)

概要

- 以下の本のどちらかを1人1章で担当する。

(1) Proof from THE BOOK (Aigner and Ziegler)

(2) Thirty-three Miniatures (Matoušek)

多い場合もあるので、1つの章を複数人で取り組んでもよい。もしくは、ある章の途中まででも良いが、話としてまとまった部分にすること。1人で1章分読みたい場合は、内容が残れば自分の次の回に回してもよい。難易度は章ごとに異なるので、読めそうか見極めること。もし読めなければ、発表前に担当がない他のものに変えてもよい。最初の方のものが比較的簡単。

- 2回目が終わってきた時に、もし余ってあれば続きをしても良いし、誰かに譲って他の章をしても良い。
- 毎週授業の日に最大3人ずつ発表する。持ち時間は22~24分程度。必ず時間内に終わるようにする。
- 内容を完全にわかるように努力すること。もし不明な点があれば、必ず事前に教員に相談をし、明らかにしておくこと。
- 必ず予習をし、予習ノートを作るのが望ましい。予習のノートを見て発表してもよい。発表の経験がない場合は必ず作ること。教科書を見ながら発表などはしないこと。
- 必ず2回以上は発表すること。その発表の仕方によって成績をつける。見るポイントは以下。
 - (1) 必要なことを話しているか？
 - (2) 論理的に話しているか？
 - (3) 最低限わかる部分とわからない部分が区別できるか？
 - (4) 時間内に話をまとめるように努力しているか？

試験やレポートはありません。

発表の仕方

- 本の内容の内、数学の内容の部分(定義や定理は必ず)を話すこと。
- これから定義を話すのか、定理を話すのか、単なる例なのか明確にする。
- 読者を楽しませるために書かれた歴史などはそれほど話さなくてよい。重要なことであればそれも話す。
- 本文を訳しただけのような発表にせず、自分の中で理解し、整理したものを話す。
- 従って、書いてあることを全て話さなくてもよいが、数学的に重要なコメントや注意点は必ず話すようにする。
- 数学的な内容だと思えば、著者は無碍にコメントを挟まないのだから、どういうことかよく考えること。

今日やること

自分の担当を決めて読み始めること。分からない単語は調べるか聞くなど。

Thirty-three miniatures 概要

ミニチュア 1 フィボナッチ快速

内容：フィボナッチ数列を如何に速く計算するか？

ミニチュア 2 フィボナッチ数の公式

内容：フィボナッチ数列の一般項を線形代数を使って計算する

ミニチュア 3 オッドタウンのクラブ

内容：奇数サイズのクラブを作る人たち

ミニチュア 4 同じサイズの交わり

内容：同じ個数の交わりを持つ集合について

ミニチュア 5 誤り訂正符号

内容：情報伝達をするのにどのようにして誤りを訂正するのか？

ミニチュア 6 奇数距離

内容：奇数の距離を持つ点について

ミニチュア 7 ユークリッド距離でその配置を実現できるか？

内容：点の配置と距離との関係について

ミニチュア 8 完全二部グラフを詰め込む

内容：完全二部グラフとして完全グラフが表現できるか？

ミニチュア 9 等角直線

内容：等角直線が何本引けるか？

ミニチュア 10 三角形はどこ？

内容：グラフには三角形はいくつ見つけられるか？それを数える方法とは？

ミニチュア 11 行列のかけ算を検算する

内容：行列の掛け算を確率的に検算する。

ミニチュア 12 長方形を正方形でタイル張り

内容：長方形を正方形だけでタイル張りできるか？

ミニチュア 13 3個のペテルセンでは足りない

内容：ペテルセングラフだけで覆えるか？

ミニチュア 14 ペテルセン, ホフマン・シングルトン, もしかしたら 57

内容：どのようなムーアグラフが存在するか？

ミニチュア 15 距離は二種類だけ

内容：2種類の距離だけで何個の点可以实现できるか？

ミニチュア 16 一点ぬいた立方体を覆う

内容：1点抜いた立方体をを通る超平面の性質

ミニチュア 17 中央値の交差は避け難し

内容：半分サイズの交差を持つ集合族はどれほどのサイズであるか？

ミニチュア 18 直径を縮めることの難しさについて

内容：直径を小さくなるような部分集合で覆うことができるか？

ミニチュア 19 小銭の行方

内容：ある商店の各商品の値段の切り上げ、切り下げを決めるとき、いくつかの注文の請求金額と実際の代金の差をできるだけ小さくすることができるか？

ミニチュア 20 広場を散歩する

内容：決められた広場の中を決められた歩幅で散歩することができるか？

ミニチュア 21 全域木を数える

ミニチュア 22 何通りの方法で人は盤をタイル張りできるのだろうか？

ミニチュア 23 もっと煉瓦を—もっと壁を？

ミニチュア 24 完全マッチングと行列式

ミニチュア 25 有限体上で梯子をひっくり返す

ミニチュア 26 合成を数える

ミニチュア 27 それは結合律をみたすか？

ミニチュア 28 スパイと傘

ミニチュア 29 合併のシャノン容量：二体物語

ミニチュア 30 等距離集合

ミニチュア 31 固有値を使って楽に切る

ミニチュア 32 立方体を回転させる

ミニチュア 33 集合対と外積

Proofs from the Book の概要

1. 素数が無限個あることの 6 つの証明
2. ベルトラン仮説
3. 二項係数は (ほぼ) べきではない
4. 2 つの平方数の和として表される数
5. 平方剰余の相互法則
6. 任意の有限可除環は体
7. スペクトラル定理とアダマールの決定問題
8. いくらかの無理数
9. 3 度の $\frac{\pi^2}{6}$
10. ヒルベルトの第 3 問題: 多面体を分割する
11. 平面上の直線とグラフの分解
12. 勾配問題
13. オイラーの公式の 3 つの応用
14. コーシーの剛性問題

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| 15. ボロミアンリングは存在しない | 16. 接触する単体 |
| 17. 全ての大きな点集合は鈍角を持つ | 18. ボルスク予想 |
| 19. 集合、関数、そして連続体仮説 | 20. 不等式をたたえて |
| 21. 代数学の基本定理 | 22. 一つの正方形と奇数個の三角形 |
| 23. 多項式に関するポリヤの定理 | 24. リトルウッドとオフォーの補題 |
| 25. コタンジェントとヘルグロッツのトリック | 26. ビュホンの針の問題 |
| 27. 鳩の巣原理と2重数え上げ | 28. 長方形タイリング |
| 29. 有限集合に関する有名な3つの定理 | 30. シャッフリングカード |
| 31. 格子の道と行列式 | 32. 木の数に関するケイリーの公式 |
| 33. 等式 vs 全単射 | 34. 有限掛谷問題 |
| 35. 完全魔法陣 | 36. ディニッツの問題 |
| 37. エントロピーの永久と力 | 38. 5色平面グラフ |
| 39. 美術館のガード | 40. チュランのグラフ定理 |
| 41. 誤りのない通信 | 42. クネーザーグラフの彩色数 |
| 43. 友人と政治家 | 44. 確率は数え上げやすくする |

単語帳

- abstract 抽象的な (Vectors are regarded as abstract mathematical objects with particular properties.)
- amount to ということになる (The Itô stochastic integral amounts to an integral with respect to a function.)
stochastic integral (確率積分)
- assign : 割り当てる (Each vector v can be assigned coordinates.)
- axiomatize 公理化する (The first reaction of mathematicians for those paradox was to 'axiomatize' Cantor's intuitive set theory.)
- anyhow いずれにせよ (You should study differential geometry anyway.)
- be force to do することを強制する (The objective of the flight control system is to force the missile to achieve he steering commands.)
- bipartite graph 二部グラフ
- call A B : A のことを B とよぶ (We call those number real number.)

- claim 主張する (Newton claimed that he invented differential first)
- class: 類 (Equivalent class)
- column 列 (Column vectors)
- complete graph 完全グラフ
- condition 条件 (Necessary and sufficient condition.)
- constantly いつも、絶えず (For real number x , $x^2 \geq 0$ is constantly true.)
- contain 含む (This set contains any positive integer.)
- cover : 覆う (The family of the intervals covers the real line.)
- customary 慣例の、慣例である (It is customary in mathematics to write the equation above as follows.)
- deal with ... 扱う (In this chapter we deal with a set of linear equations.)
- define A as B : A のことを B と定義する. (We define limit of a function as follows.)
- A denote B : A は B のことを示す (V denoted a vector space.)
- disjointly : ばらばらに (共通部分なく) (These sets are embedded in the space disjointly.)
- distance : 距離 (The distance between the two points is 2.)
- edge 辺 (We call the set *edge*.)
- element : 要素、元 (Any element in the set A is also contained in B .)
- entry : 行列の各成分 (Any entry of the matrix is positive real number.)
- exclude 除外する (If several exceptions are excluded, this theorem may be true.)
- exercise 練習問題 (This is an easy exercise.)
- finitely many : 有限個の (The set contains finitely many elements.)
- for instance 例えば (For instance, the equation satisfies with the property.)
- a fortiori なおさら (Complex number satisfies it, a fortiori, so is real number.)
- fraction 分数 (Partial fraction decomposition)
- function 関数 (Continuous function.)
- graph グラフ (The graph theory.)
- indeed 実際 (Indeed, the computation is a hard work.)
- induction 帰納法 (The formula is proven by induction.)
- infinitely many : 無限個の (The linear equation admits infinitely many solutions.)
- in practice 実際には (In practice, it is difficult to prove the conjecture.)
- integer: 整数 (Integer valued-polynomial.)

- interior : 内部 (The interior of the set is an open set.)
- irrational: 無理数 (Irrational number is the complement of the rational numbers.)
- Let A be B. : A を B とする (Let $Ax = b$ be a linear equation over a field k .)
- matrix 行列 (複数形は matrices)(The matrix representation.)
- namely つまり (Namely, this example gives an counterexample of this conjecture.)
- not necessarily とは限らない (The solutions of the equation are not necessarily positive real numbers.)
- n-tuple: n 組み (The n -tuple of real numbers constructs a vector in \mathbb{R}^n .)
- observe 観察する (よく見る)(Observing this formula, we recall an identity of trigonometric functions.)
- odd : 奇数の (Odd number.)
- often しばしば (We often omit the notation.)
- pair : 組み (The pair is called a twin prime.)
- parenthesis (まる) かっこ (We need start from the innermost calculation surrounded by parentheses.)
- property 性質 (Property X is understood as follows.)
- rank ランク (Rank formula.)
- rational : 有理数 (A is a rational.)
- rectangle: 長方形 (A rectangle is a quadrilateral with four right angles)
- respectively それぞれ (The two angles are 90° and 60° respectively.)
- restrict attention to に注意を制限する (The readers should restrict attention to the understanding of this formula.)
- row: 行 (This vector is the first row of the matrix.)
- set : 集合 (The set contains at least one element.)
- A so that B : B となるような A (There exists functions $f_1(t)$ and $f_2(t)$ so that $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$, where $f_1(t)$ and $f_2(t)$ are an odd function and an even function respectively.)
- square : 正方形 (The diagonals of any square are equal.)
- A such that B : B を満たす A (There exists an integer n such that $x = 2n + 1$.)
- suppose: 仮定する. (Suppose that the set is not empty.)
- take into account ... を考慮する (If the assumption is taken into account, the proposition is false.)
- theorem : 定理 (Fermat's Last Theorem.)

- There exists A : A は存在する (There exists an integer n such that for any real number r with $r > n$.)
- tile : 敷き詰める (Tiling the plane with triangles.)
- vector ベクトル (The vector space is a set.)
- vector space V over K K 上のベクトル空間 V (Let V be a vector space over K .)
- verify 確認する (We need verify that the solution satisfies the equation.)
- vertex 頂点 (A rectangle has four vertices.)
- where A , ただし A であるとする. (The number i is a complex number, where i is the imaginary unit.)
- with A : A の条件のある (The equation $at + b = 0$ with a even.)