

微積分 2

担当 丹下 基生 : 研究室 (B715) mail(tange@math.tsukuba.ac.jp)

第 7 回 ('24 年 11 月 22 日 : Keywords ... 陰関数定理)

問い-7-1.

2 変数関数 $z = F(x, y)$ が C^1 級関数とする。 (a, b) を通る等高線がある曲線になっているのはどのような場合か？また、その等高線の法線方向は、 F を用いてどのように表されるか？

問い-7-2.

$F(x, y) = 0$ の (a, b) のまわりの陰関数 $y = \phi(x)$ が存在するためにはどのような条件が必要か？

問い-7-3.

$F(x, y) = 0$ の (a, b) のまわりの陰関数 $y = \phi(x)$ の導関数 $\phi'(x)$ が $-\frac{F_x(x, y)}{F_y(x, y)}$ と表されることを示せ。

問い-7-4.

$F(x, y) = x^2 - xy^2 - 2 = 0$ の陰関数 $y = \varphi(x)$ の導関数 $\varphi'(x)$ と $\varphi''(x)$ を x, y を用いて表せ。

問題-7-5.

次の関数は極値を持つか？もし持つならそれが極大か極小か判定せよ。またその極値の座標を求めよ。

(1) $f(x, y) = x^3 - y^3 - 3x + 12y$ (2) $x^3 - 3axy + y^3$ ($a > 0$) (3) $(2x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$