

## 第 6 回 ('24 年 11 月 15 日 : Keywords ... 極値問題)

### 問い-6-1.

$y = x^3 - 2x + 3$  の極値は存在するか? またその極値を求めよ。

### 問い-6-2.

点  $(a, b)$  が 2 変数関数  $z = f(x, y)$  の極値であるとは、どのような状況か? 具体的に図示せよ。また、等高線で表すとどのようなようになるか?

### 問い-6-3.

2 変数関数  $z = f(x, y)$  は  $(a, b)$  が  $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$  を満たすとき、 $f$  の 2 次微分係数を用いた式 ( ) を  $D$  とおくと、 $D$  の正負、また  $f_{xx}(a, b)$  の正負によってどのような形になるだろうか? 関数の局所的な大体の振る舞いを書き記せ

$D > 0, f_{xx}(a, b) > 0$	$D > 0, f_{xx}(a, b) < 0$	$D < 0$	$D = 0$

### 問い-6-4.

どうしてそのような分類になるのか?

(説明)  $(x, y) = (a, b)$  において  $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$  が成り立つ時、この点に関するテイラー展開の 2 次の項 ( ) を行列を用いて書くと、

( ) となる。

このとき現れた  $2 \times 2$  行列を ( ) 行列といい、 $H$  と表す。 $D > 0$  かつ、 $f_{xx}(a, b) > 0$

であるとする、 $(\Delta x, \Delta y) \neq (0, 0)$  であるなら、2 次の部分  $(\Delta x, \Delta y) H \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$  が ( )

となるから、極 ( ) 値を与え、一方  $D > 0$  かつ、 $f_{xx}(a, b) < 0$  であるとする、

$(\Delta x, \Delta y) \neq (0, 0)$  であるなら、2 次の部分が ( ) となるから、極 ( ) 値

を与える。

### 問題-6-5.

関数  $z = 2x^2 - y^2$  においてその極値の候補を求め、それは極値になるか、検証せよ。

### 問題-6-6.

以下の関数  $z = f(x, y)$  においてその極値の候補を求め、それらは、極値になるか、検証せよ。

(1)  $f(x, y) = x^2 - x + y^2 - 2y$

(2)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x + y$

### 問題-6-7.

以下の関数  $z = 1 + 2x - 3y - 2x^2 - xy - y^2$  においてその極値が存在すれば、すべて求めよ。

### 問題-6-8.

以下の関数  $z = x^2 + y^4$  においてその極値が存在するか？すれば、すべて求めよ。

ホームページ：<http://www.math.tsukuba.ac.jp/~tange/jugyo/24/biseki.html>

(主にプリントのダウンロード用)

blog：<http://mochans.blogspot.jp/>

(授業内容など)

照井先生の YouTube：<https://www.youtube.com/@atelieraterui>

相談、質問などいつでも承ります。アドレスはプリント1ページ目上部。