トポロジーⅠ演習

担当 丹下 基生：研究室 (B622) mail(tange@math.tsukuba.ac.jp)

第17回（'13年7月24日：Keyword ··· コンパクト開位相）

定義 17 **コンパクト開位相** 位相空間 X から位相空間 Y への連続写像全体の集合を $C(X,Y)$ とおく．$A \subset X$ をコンパクト集合とし、$B \subset Y$ を開集合とする．このとき、$W(A,B) = \{f \in C(C,Y) | f(A) \subset B\}$ とおいて、$\{W(A,B) | A \subset X$: コンパクト, $B \subset Y$: 開集合 $\}$ によって生成される位相を $C(X,Y)$ 上のコンパクト開位相という．

正規、正則の定義 授業の方での定義ではハウスドルフを仮定するようです．全プリントでそのように訂正しておいてください（特に 15 回は要訂正）．教科書は仮定しない流儀のようです．気を付けてください．教科書 p.103 をみよ．

問題 117 有界だが全有界でない距離空間の例をあげよ．

問題 118 [**問 17.6,17.5**] 距離空間では可分であることと第 2 可算であることは同値であることをしめせ．

問題 119 [**問 24.3**] 局所コンパクトハウスドルフ空間において互いに交わらないコンパクト集合と閉集合は開集合で分離されることを示せ．

問題 120 連結な距離空間 X がコンパクトな部分距離空間の増大列 $X_1 \subset X_2 \subset \cdots$ を使って $X = \cup_{i=1}^{\infty} X_i$ と表せるとする．いま、任意の i に対して $\mathrm{diam}(X_{i+1} - X_i) < \dfrac{1}{n^2}$ であるなら、X も有界となるか？

問題 121 第 2 可算公理を満たす任意の距離空間 (X,d) は $[0,1]^{\mathbb{N}}$ の部分距離空間となることを示せ．

問題 122 [**問 30.1**] X の任意の部分集合 A および Y の任意の閉集合 B に対して、$W(A,B)$ は $C(X,Y)$ 上のコンパクト開位相に関して閉集合であることを示せ．

問題 123 [**定理 30.2(1)**] 位相空間 X,Y に対して、$C(X,Y)$ にコンパクト開位相をいれておく．Y がハウスドルフであれば、$C(X,Y)$ もハウスドルフであることを示せ．

問題 124 [**定理 30.2(2)**] 位相空間 X,Y に対して、$C(X,Y)$ にコンパクト開位相をいれておく．Y が T_3 空間であれば、$C(X,Y)$ も T_3 であることを示せ．

大学数学を楽しむためにはその 16（推敲力）

「証明はより美しく簡潔に」

証明問題を解くとき一度完成させた証明で満足してはいけない．もう一度注意深く見直す必要である．示すべきことが全て示されているだろうか？仮定を全て用いているだろうか？また、論理展開の中で鍵になったところに赤線を引いて見るとよい．仮定からその展開部分までよどみなく行っているだろうか？もっと簡単に言い換えることはできないか？場合分けをする必要があるか？対偶を取った方がいいのか取らない方がいいのか? 「任意 (∀)」でよいか「ある (∃)」でよいか．一通り終わったら、目を閉じて証明を空で追ってみる．どのように証明したかのか途中で分からなくなればそこに戻ってもう一度考えてみる．それ以上簡単にならなければ一度証明を忘れるために寝るとよい．そして起きて何か数学以外のことをやっている時にでもふとその証明を思い出してみる．そのとき、もし自分の証明がスラスラと思い出せるようになっていればようやく完成である．そうすればその命題を証明付きで本当に理解し、自分のものにすることができたといえる．

Homepage：http://www.math.tsukuba.ac.jp/~tange/jugyo/2013jugyo/topology2013.html
Twitter：**BasicMathIIB** (https://twitter.com/BasicMathIIB)

もし分からないところがありましたら気軽にメールしてください．携帯からでも OK です．