

Transformations and asymptotics for a class of Dirichlet-Hurwitz-Lerch Eisenstein series
Dirichlet-Hurwitz-Lerch 型 Eisenstein 級数の変換公式と漸近展開について

Takumi Noda (Nihon University) (joint work with Masanori Katsurada)
野田 工 (日本大学) (桂田昌紀氏との共同研究)

Let s be a complex variable, χ and ψ any primitive Dirichlet characters modulo $f(\geq 1)$ and $g(\geq 1)$, write $e_h(s) = \exp(2\pi is/h)$ for any integer $h \geq 1$, and $e_f\{(\alpha + m)\mu\}$ and $e_g\{(\beta + n)\nu\}$ ($m, n \in \mathbb{Z}$) with any real α, β, μ, ν the corresponding (shifted/phased) additive characters. The main object of this talk is a class of generalized Eisenstein series (of Dirichlet-Hurwitz-Lerch type) associated with these characters, for which we shall show: i) a transformation formula in terms of a certain double q -series, which reduces to a character sum analogue of generalized Lambert series; ii) a complete asymptotic expansion in the ascending order of the base parameter z through the complex upper half-plane when $z \rightarrow 0$. We further apply these results to derive several variants of the celebrated formulae of Euler and Ramanujan for specific values of the Riemann zeta-function.

以下 s を複素変数, 整数 $h \geq 1$ に対して $e_h(s) = \exp(2\pi is/h)$ とおき, χ と ψ をそれぞれ整数 $f(\geq 1)$ と $g(\geq 1)$ を法とする原始 Dirichlet 指標, さらに, 実数 α, β, μ, ν に対して 2 つの加法指標 $e_f\{(\alpha + m)\mu\}$ と $e_g\{(\beta + n)\nu\}$ ($m, n \in \mathbb{Z}$) を考え, これらの指標を係数にもつ Dirichlet-Hurwitz-Lerch 型の Eisenstein 級数を (負の実数に対する偏角の算術平均をとった形で) 導入する. 講演ではこの Dirichlet-Hurwitz-Lerch 型 Eisenstein 級数の変換公式をある種の 2 重 q 級数により与え, これが一般化された Lambert 級数表示にもなることを報告する. さらに複素上半平面の原点近傍における完全漸近展開を提示する. 我々の変換公式/漸近展開から, Riemann ゼータ関数の特殊値に関する Euler 公式や Ramanujan 公式の一般化が示せるので, 併せて報告したい.