

微積分II演習 No.2問題

2015-10-9

1. $\int_0^{\pi/2} \log(\sin x) dx$ を計算せよ。
2. 次の関数 f に対して f_x, f_y, f_{xy} を計算せよ。
 - (a) $f(x, y) = e^{-2x}$.
 - (b) $f(x, y) = xy \sin x$
 - (c) $f(x, y, z) = x + y^y + z^z$ ($x, y, z > 0$)
3. 次の関数は連続であるか調べよ。
 - (a) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
 - (b) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
 - (c) $f(x, y) = \begin{cases} \sin(x/y) & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}$.
 - (d) $f(x, y) = \begin{cases} xy \sin\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.
4. $s > 0, g$ を2回微分可能の関数とする。 $f(x, t) = g(x - st), h(x, t) = g(x + st)$ のとき、 f も h も波動方程式を満たすことを示せ。
※ $u = u(x, t), s > 0$ とする。波動方程式: $\frac{1}{s^2} u_{tt} = u_{xx}$