

代数演習 No.5問題

2014-5-14

1. $E_\lambda(k) = \text{Ker}(T - \lambda \cdot E_n)^k$ とする。ただし、 $\lambda \in \mathbb{C}$, $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$, $T \in M_n(\mathbb{C})$ とする。次の行列 T に対して、全ての $\dim_{\mathbb{C}} E_\lambda(k)$ を求めよ。

(a) $T = J_2(-3) = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

(b) $T = J_3(5) = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

(c) $T = J_2(-3) \oplus J_3(5) = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

2. $\lambda \neq 0$ なら $J_n(\lambda)^2 = PJ_n(\lambda^2)P^{-1}$ を満たす可逆行列 P が存在することを示せ。