

代数演習 No.15問題

2014-7-16

1. F を体とする。 $[F(\alpha) : F]$ は奇数なら $F(\alpha^2) = F(\alpha)$ を示せ。
2. \mathbb{Q} 上の多項式 $x^2 + 2$ の分解体を求めよ。
3. \mathbb{Q} 上の多項式 $x^4 - 2$ の分解体を求めよ。
4. \mathbb{Q} 上の多項式 $x^4 + 4$ の分解体を求めよ。
5. \mathbb{Q} 上の多項式 $x^4 + 2$ の分解体を求めよ。
6. \mathbb{Q} 上の多項式 $x^4 + x^2 + 1$ の分解体を求めよ。
7. 任意の素数 p に対して、 \mathbb{F}_p で $\{2, 3, 6\}$ のうち、一つ以上が平方であることを示せ。

抽象代数学において、体 K 上の多項式 $P(X)$ の分解体(ぶんかいたい、英: splitting field)とは、 K の拡大体 L であって、その上で P が一次式 $X - a_i$ の積に因数分解され、 a_i 全体が K 上で L を生成するものをいう。(ウィキペディアより)