

代数演習 No.11問題

2014-6-25

1. 次の拡大次数を求めよ。

(a) $[\mathbb{Q}(\sqrt{3}) : \mathbb{Q}]$

(b) $[\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{-1}) : \mathbb{Q}(\sqrt{2})]$

(c) $[\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{-1}) : \mathbb{Q}]$

(d) $[\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, e^{2\pi i/3}) : \mathbb{Q}]$

(e) $[\mathbb{Q}(e^{2\pi i/5}) : \mathbb{Q}(\cos(2\pi/5))]$

2. $\mathbb{Q} \subsetneq E \subsetneq \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ を満たす体 E は存在するかどうか調べよ。

3. $F \subset E = F(\alpha)$ を代数拡大とする。 $2 \nmid [E : F] \Rightarrow E = F(\alpha^2)$ を示せ。

4. $[\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{5}) : \mathbb{Q}]$ を求めよ。