

位相入門演習 No.9問題

2013/2/15

1. (問 15.4) (X, d) を距離空間、 \mathcal{O}_d を d によって定まる位相とする $A \subset X$ に対し
 - (a) $(A$ の (X, d) における内部) = $(A$ の \mathcal{O}_d における内部) が成り立つことを示せ。
 - (b) $(A$ の (X, d) における閉包) = $(A$ の \mathcal{O}_d における閉包) が成り立つことを示せ。
2. (問 15.5) (X, \mathcal{O}) を位相空間とする。 X の部分集合に対して次を示せ。
 - (a) $\overline{(A^c)} = (A^i)^c$
 - (b) $(A^c)^i = (\overline{A})^c$
3. $X = \mathbb{Z}$, $\mathcal{O} = \{\emptyset\} \cup \{U \mid \mathbb{Z} \setminus U \text{ は有限集合}\}$ とおく。
 - (a) \mathcal{O} は X 上の位相であることを示せ。
 - (b) $E = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ は偶数}\}$ とおく。 \overline{E}, E^i を求めよ。
4. (問 15.7) (X, \mathcal{O}) を位相空間、 (Y, \mathcal{O}_Y) をその部分空間とする。 $A \subset Y$ について次を示せ。
 - (a) A の Y における閉包 $\overline{A}^Y = Y \cap \overline{A}^X$ 。 但し $\overline{A}^X = A$ の X における閉包
 - (b) A の Y における内部 $A^{i^Y} \supset Y \cap A^i$ 。 但し $A^i = A$ の X における内部
 - (c) (2) において等号が成立しないような例を挙げよ。