

# 位相入門演習 No.9問題

2013/2/15

1. (問 15.4)  $(X, d)$  を距離空間、 $\mathcal{O}_d$  を  $d$  によって定まる位相とする  $A \subset X$  に対し
  - (a)  $(A$  の  $(X, d)$  における内部) =  $(A$  の  $\mathcal{O}_d$  における内部) が成り立つことを示せ。
  - (b)  $(A$  の  $(X, d)$  における閉包) =  $(A$  の  $\mathcal{O}_d$  における閉包) が成り立つことを示せ。
2. (問 15.5)  $(X, \mathcal{O})$  を位相空間とする。  $X$  の部分集合に対して次を示せ。
  - (a)  $\overline{(A^c)} = (A^i)^c$
  - (b)  $(A^c)^i = (\overline{A})^c$
3.  $X = \mathbb{Z}$ ,  $\mathcal{O} = \{\emptyset\} \cup \{U \mid \mathbb{Z} \setminus U \text{ は有限集合}\}$  とおく。
  - (a)  $\mathcal{O}$  は  $X$  上の位相であることを示せ。
  - (b)  $E = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ は偶数}\}$  とおく。  $\overline{E}, E^i$  を求めよ。
4. (問 15.7)  $(X, \mathcal{O})$  を位相空間、  $(Y, \mathcal{O}_Y)$  をその部分空間とする。  $A \subset Y$  について次を示せ。
  - (a)  $A$  の  $Y$  における閉包  $\overline{A}^Y = Y \cap \overline{A}^X$ 。 但し  $\overline{A}^X = A$  の  $X$  における閉包
  - (b)  $A$  の  $Y$  における内部  $A^{i^Y} \supset Y \cap A^i$ 。 但し  $A^i = A$  の  $X$  における内部
  - (c) (2) において等号が成立しないような例を挙げよ。