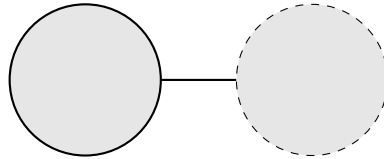


位相入門演習 No.3問題

2012/12/21

1. \mathbb{R}^2 の部分集合 M を以下の様に定める。 M^i, \overline{M}, M^f をそれぞれ求めよ。

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x+1)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x, 0) \mid 0 \leq x < 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + y^2 < 1\}$$



2. \mathbb{R}^n の部分集合 F が閉集合であるための必要十分条件は F が次をみたすことであることを示せ。

$(p_i)_{i \in \mathbb{N}}$ が F の点から成る列で $d^{(n)}(p_i, p) \rightarrow 0, i \rightarrow \infty$ をみたすなら $p \in F$.

3. (問 12.2) \mathbb{R}^n の閉集合全体の集合を \mathcal{U} とおく。 \mathcal{U} は次をみたすことを示せ。

(a) $\emptyset, \mathbb{R}^n \in \mathcal{U}$

(b) $A_1, \dots, A_k \in \mathcal{U}$ ならば $A_1 \cup \dots \cup A_k \in \mathcal{U}$

(c) $(A_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$ を \mathcal{U} の元から成る集合系とすると $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda \in \mathcal{U}$

4. $C[a, b]$ で閉区間 $[a, b]$ 上の実連続関数全体を表す。 $f, g \in C[a, b]$ に対して

$$\rho(f, g) = \left(\int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx \right)^{1/2}$$

とおくと ρ は $C[a, b]$ 上の距離であることを示せ。