

数論セミナー

日時: 2024 年 7 月 12 日 (金) 16:40-

場所: D814

講演者: 武井由智 (日本体育大学)

講演題目:

漸化合同式に基づく Sós 置換の逆置換生成木と Farey 区間のなす木の同型について

アブストラクト:

自然数 m と実数 α に対して, m 個の実数 $\alpha, 2\alpha, \dots, m\alpha$ の小数部分, 即ち 1 で割った余り, を小さい順に並び替える置換を次数 m の Sós 置換という. これについて, 次数 m の Sós 置換達と m 次 Farey 数列の隣接 2 項を両端に持つ区間 (簡単に Farey 区間と呼ぶ) 達との一対一対応が Surányi の全単射として知られている.

Sós 置換の逆置換は数列としてとある漸化合同式を満たすが, 2024 年 4 月 26 日の本セミナーでの永田誠氏の講演でその逆, 即ち, 「その漸化合同式を満たす置換は Sós 置換の逆置換に限る」ことが報告された. その応用として次数 $m-1$ の Sós 置換の逆置換の集合を次数 m の Sós 置換の逆置換の集合へ「持ち上げる」組み合わせ論的生成手続きも示された. その手続きの次数上限 M までの繰り返し適用は, 次数 m が M 以下であるような Sós 置換の逆置換を頂点とする 2 分木を形成する. この 2 分木につき, 次数 $m \leq M$ の Farey 区間達がなす 2 分木 (次数 $m-1$ のある Farey 区間が次数 m のある Farey 区間を包含するとき両者は親子関係にあるとみなす) と果たして同型であるか? という質問を同席上で秋山茂樹氏より頂いた. 本講演はその肯定的解決について報告するものである. 次数 m の置換のそれぞれに the sum of congruential differences なる量 (scd) を対応づけ, 組み合わせ論的生成手続きによる次数 m の Sós 置換の逆置換達の並び順が scd 順であることを先ず示し, 一方で Surányi の全単射に基づく次数 m の Sós 置換の逆置換の並び順もまた, scd 順であることを示す. この順序の同値性から 2 つの 2 分木が同型なることが従う.

本講演の内容は永田誠氏 (大阪医科薬科大学薬学部) との共同研究によるものである.

世話人: 秋山茂樹 (内: 4395)