数論セミナー

日時: 2024 年 4 月 5 日 (金) 15:30〜
場所: D814+Hybrid
講演者: 吉田 雅通 (大阪公立大・理学研究科)
講演題目: 3 次 Pisot 単数に基づく符号つき展開（高溝 史周氏との共同研究）

アブストラクト:

前置き：昨年の同じ時期に このセミナーで講演する機会をいただきました。今回あらためて最初の設定から説明した後、進展した内容をお話したいと思います。

3 次 Pisot 単数 β (norm 1) の最小多項式は、秋山氏により次の四つの型に分類された：$a \geqq b$ は正の整数として

$$\begin{array}{ccccc}
\text{(FS)} & x^3 & -ax^2 & -bx & -1 \\
\text{(H)} & x^3 & -ax^2 & & -1 \\
\text{(A1)} & x^3 & -(a-1)x^2 & -ax & -1 \\
\text{(A2)} & x^3 & -(a+1)x^2 & +bx & -1
\end{array}$$

FS 型の例としては Tribonacci 数（$a = 1$, 自動的に $b = 1$）が挙げられ、また最小 Pisot 数は A1 型（$a = 1$）である。注意：β の整数部分 $\lfloor \beta \rfloor$ は a である。

講演の前半では、与えられた 3 次 Pisot 単数 β に基づく「整数の符号つき展開」を紹介する。具体的には、まず上記の多項式を特性多項式にもつ正の整数列 $T_1 = 1, T_2, T_3, \cdots$ を 1 つ定め、任意の整数 x を次の形

$$x = \sum_{n=1}^{L(x)} x_n (-1)^{n-1} T_n \quad \text{ここで } x_n \in \{0, 1, \ldots, a\} \text{ with } x_{L(x)} > 0 \text{ if } x \neq 0$$

で展開したい；ただし T_2, T_3 の値は不定で、展開アルゴリズムも不定である。そこで桁数 $L(x)$ について非決定性の展開アルゴリズムを提案する（詳細略）。

講演の後半で、アルゴリズムで得られる展開の全体

$$\mathcal{Z} = \{x_1 \cdots x_\ell \mid (x_1, \ldots, x_\ell) \text{ はある整数 } x \text{ の展開係数列 }\} \subset \{0, 1, \ldots, a\}^*$$

をターゲットとし、さらに限定的に $a = 1$ の場合を考察する。

主結果：β が Tribonacci 数あるいは $a = 1$ の A2 型のとき、$\mathcal{Z}$ が factorial（言いかえて $\{0, 1\}$ 上のある両側シフトの許容語の全体）ならば上述の展開アルゴリズムは 2 通りに限る。

時間が許せば、最小 Pisot 数の $\mathcal{Z}$ に factoriality を要求するとき どんな展開アルゴリズム群が現れるか、または $a = 1$ に限定せず、上述の四つの型それぞれにおいて $\mathbb{Z}$ 上の ± 1 からくる odometer や domain exchange に触れたい。

世話人: 秋山茂樹 (内: 4395)